



Resolución de Ecuaciones y Funciones con Solver (I)

Resolución de ecuaciones con dos y más incógnitas

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Ejercicio adaptado: Casos prácticos resueltos de Contabilidad de Costes. Editorial Profit Editorial Barcelona. Vicente Ripoll, Pablo Alcoy y Cristina Crespo, 2011, pp 167-172.

1 Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

Enunciado

Nuestro objetivo es dar solución al sistema de ecuaciones de la Ilustración 1. Este sistema se puede representar en forma de función como exponemos en la Ilustración 2.

Se pide:

Resolver el sistema de ecuaciones propuesto empleando el Solver de Excel

1) $x_1 + 6x_2 = 27$

2) $7x_1 - 3x_2 = 9$

Ilustración 1

F(1): $x_1 + 6x_2 - 27 = 0$

F(2): $7x_1 - 3x_2 - 9 = 0$

Ilustración 2

Planteamiento del problema

Definición de celda objetivo y celda/s de dato/s

En una hoja de cálculo vamos a representar los datos de las ecuaciones adaptadas para poder aplicar correctamente la herramienta Solver.

	A	B	C	D	E	F	G	H
9	Variables		Función Objetivo					
10	Planteamiento del Problema							
11	Enunciado							
12	Sistema de Ecuaciones Original							
13		1)	$x_1 + 6x_2 = 27$					
14		2)	$7x_1 - 3x_2 = 9$					
15								
16	Adaptación							
17	F(1):	$x_1 + 6x_2 - 27 = 0$						
18	F(2):	$7x_1 - 3x_2 - 9 = 0$						
19								
20	1) Conversión a formato matricial							
21		Constantes	Variables					
22			X_1	X_2				
23	F(1):	-27	1	6				
24	F(2):	-9	7	-3				
25								
26	2) Valores iniciales de las variables							
27		X_1	X_2					
28		0	0					
29								
30	3) Restricciones y Función Objetivo							
31		-27	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C23:D23*\$B\$28:\$C\$28)+B23		
32								
33		-9	=	0		SUMAPRODUCTO(C24:D24*\$B\$28:\$C\$28)+B24		

Ilustración 3

Tal y como se muestra en la Ilustración 3, en primer lugar convertimos el sistema de ecuaciones a lenguaje matricial (*conversión a formato matricial*).

Definimos los valores iniciales de las variables (*Valores iniciales de las variables*) y los ponemos a 0 o asignamos el valor 0 y que serán estas el rango de celdas cambiantes para el solver (rango B28:C28).

Finalmente establecemos las *restricciones y definimos la función objetivo*, para ello y partiendo de la matriz de la ecuación obtenemos los valores de la matriz resultante para cada variable multiplicando el cada valor por su rango.

	A	B	C	D	E	F	G	H
20		1) Conversión a formato matricial						
21		Constantes		Variables				
22			X ₁	X ₂				
23	F(1):	-27	1	6				
24	F(2):	-9	7	-3				
25								
26		2) Valores iniciales de las variables						
27		X ₁	X ₂					
28		0	0					
29								
30		3) Restricciones y Función Objetivo						
31		-27	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C23:D23*\$B\$28:\$C\$28)+B23		
32								
33		-9	=	0		SUMAPRODUCTO(C24:D24*\$B\$28:\$C\$28)+B24		

Ilustración 4

Así la función objetivo, celda B31 tiene como fin el que la función sea igual a 0, es decir:

$$F(1) = \text{SUMAPRODUCTO}(C23:D23 * \$B\$28 : \$C\$28) + B23 = 0$$

Y con la restricción además de que la función F2 sea 0, es decir:

$$F(2) = \text{SUMAPRODUCTO}(C24:D24 * \$B\$28 : \$C\$28) + B24 = 0$$

Resolución con Solver

Con el fin de conservar el planteamiento original del problema y las formulas por tanto hemos copiado el rango A26:F33 en A37:F44

	A	B	C	D	E	F	G	H
26		2) Valores iniciales de las variables						
27		X ₁	X ₂					
28		0	0					
29								
30		3) Restricciones y Función Objetivo						
31		-27	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C23:D23*\$B\$28:\$C\$28)+B23		
32								
33		-9	=	0		SUMAPRODUCTO(C24:D24*\$B\$28:\$C\$28)+B24		
34								
35		Solución:						
36								
37		2) Valores resueltos de las variables						
38		X ₁	X ₂					
39								
40								
41		3) Restricciones y Función Objetivo						
42		-27,00	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C23:D23*\$B\$39:\$C\$39)+B23		
43								
44		-9,00	=	0		SUMAPRODUCTO(C24:D24*\$B\$28:\$C\$28)+B24		

Ilustración 5

Situados sobre la celda objetivo de la Ilustración 5 accedemos a Solver para programarla recogiendo además las restricciones establecidas.

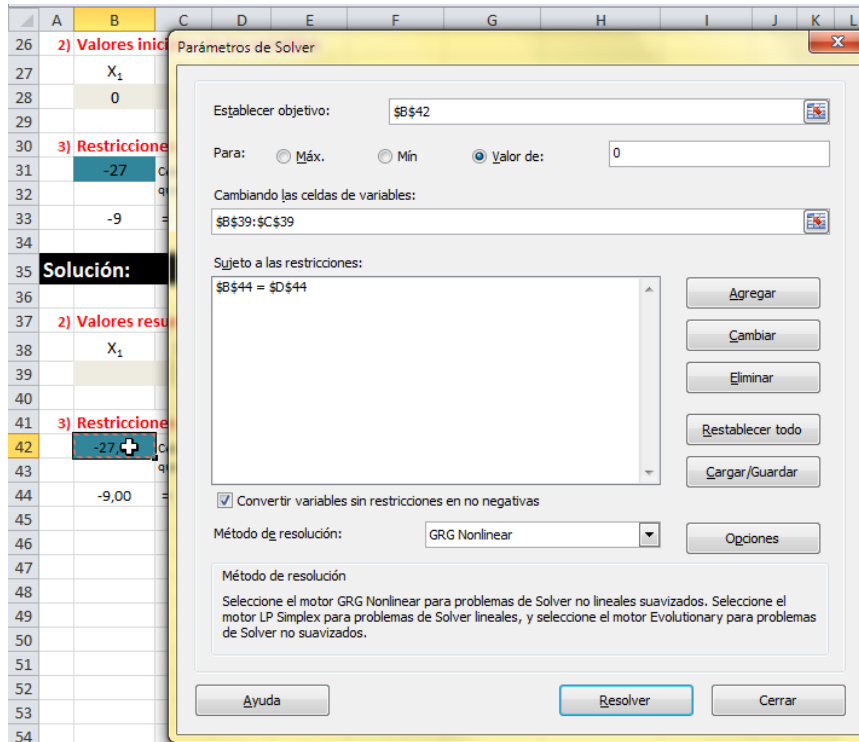


Ilustración 6

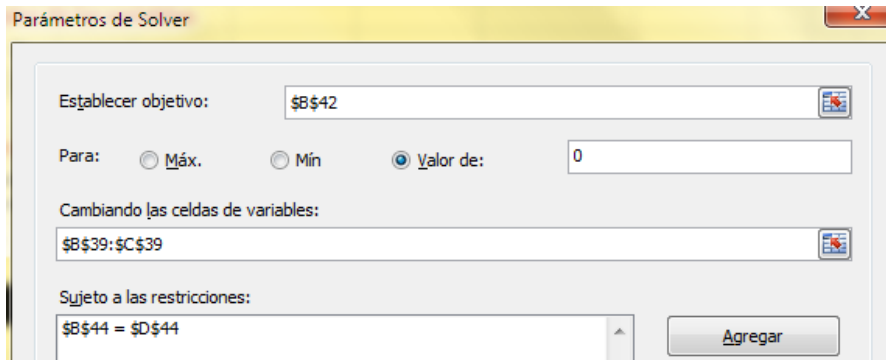


Ilustración 7

Es decir, tal y como se muestra en la Ilustración 7, establecemos como objetivo la celda B42 con valor 0 y las variables del modelo que han de cambiar para alcanzar el objetivo definido son las correspondientes al rango B39:C39 y sujeta a la restricción de que el valor de la función F(2) sea igual a 0; es decir B44 = D44 o B33 = D33.

Ejecutando la acciones, es decir pulsando sobre el botón Solver la solución propuesta para el sistema es la que se ofrece en la Ilustración 8 y que nos reporta los valores 3 y 4 para las variables X1 y X2 respectivamente y que satisfacen las condiciones establecidas.

35	Solución:	
36		
37	2) Valores resueltos de las variables	
38	X ₁	X ₂
39	3,00	4,00
40		
41	3) Restricciones y Función Objetivo	
42	0,00	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0
43		
44	0,00 =	0

Ilustración 8

2 Sistemas de ecuaciones con tres incógnitas 01

Enunciado

Nuestro objetivo es dar solución al sistema de ecuaciones de la Ilustración 9. Este sistema se puede representar de forma matricial como exponemos en la Ilustración 10.

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 &= -3 \end{aligned}$$

Ilustración 9

Se pide:

Resolver el sistema de ecuaciones propuesto empleando el Solver de Excel

$$\begin{aligned} f &= 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 4 = 0 \\ g &= 2x_1 - x_2 + x_3 - 3 = 0 \\ h &= x_1 + x_2 - 2x_3 + 3 = 0 \end{aligned}$$

Ilustración 10

Planteamiento del problema

Definición de celda objetivo y celda/s de dato/s

En una hoja de cálculo vamos a representar los datos de las ecuaciones adaptadas para poder aplicar correctamente la herramienta Solver.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following content:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
17	Adaptación											
18	F(1):	$3x_1 + 2x_2 - x_3 - 4 = 0$										
19	F(2):	$2x_1 - x_2 + x_3 - 3 = 0$										
20	F(3):	$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3 = 0$										
22	1) Conversión a formato matricial											
23		Constantes	Variables									
24			x_1	x_2	x_3							
25	F(1):	-4	3	2	-1							
26	F(2):	-3	2	-1	1							
27	F(3):	3	1	1	-2							
29	2) Valores iniciales de las variables											
30		x_1	x_2	x_3								
31		0	0	0								
33	3) Restricciones y Función Objetivo											
34		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0									
36		-3	=	0								
37		3	=	0								
39	Solución:											
41	2) Valores resueltos de las variables											
42		x_1	x_2	x_3								
43		0	0	0								
45	3) Restricciones y Función Objetivo											
47		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0									
48		-3	=	0								
49		3	=	0								

The Solver Parameters dialog box is open, showing the following configuration:

- Establecer objetivo: \$B\$47
- Para: Máx. Mín. Valor de: 0
- Cambiando las celdas de variables: \$B\$43:\$D\$43
- Sujeto a las restricciones: \$B\$49 = \$D\$49, \$B\$50 = \$D\$50
- Convertir variables sin restricciones en no negativas
- Método de resolución: GRG Nonlinear

Ilustración 11

Tal y como se muestra en la Ilustración 11, en primer lugar convertimos el sistema de ecuaciones a lenguaje matricial.

Definimos los valores iniciales de las variables y los ponemos a 0 o asignamos el valor 0 y que serán estas el rango de celdas cambiantes para el solver.

Finalmente establecemos las restricciones y definimos la función objetivo, para ello y partiendo de la matriz de la ecuación obtenemos los valores de la matriz resultante para cada variable multiplicando el cada valor por su rango.

	A	B	C	D	E	F	G	H
22		1) Conversión a formato matricial						
23		Constantes		Variables				
24			X ₁	X ₂	X ₃			
25	F(1):	-4	3	2	-1			
26	F(2):	-3	2	-1	1			
27	F(3):	3	1	1	-2			
28								
29		2) Valores iniciales de las variables						
30		X ₁	X ₂	X ₃				
31		0	0	0				
32								
33		3) Restricciones y Función Objetivo						
34		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$43:\$D\$43)+B25		
35								
36		-3	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$43:\$D\$43)+B26		
37		3	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$43:\$D\$43)+B27		
38								
39		Solución:						
40								
41		2) Valores resueltos de las variables						
42		X ₁	X ₂	X ₃				
43		0	0	0				
44								
45		3) Restricciones y Función Objetivo						
46								
47		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0					
48								
49		-3	=	0				
50		3	=	0				

Ilustración 12

Resolución con Solver

Señalar que con el fin de conservar el planteamiento original del problema y las formulas por tanto hemos copiado el rango A29:H37 en A41:H50

	A	B	C	D	E	F	G	H
29		2) Valores iniciales de las variables						
30		X ₁	X ₂	X ₃				
31		0	0	0				
32								
33		3) Restricciones y Función Objetivo						
34		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$31:\$D\$31)+B25		
35								
36		-3	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$31:\$D\$31)+B26		
37		3	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$31:\$D\$31)+B27		
38								
39		Solución:						
40								
41		2) Valores resueltos de las variables						
42		X ₁	X ₂	X ₃				
43								
44								
45		3) Restricciones y Función Objetivo						
46								
47		-4	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$43:\$D\$43)+B25		
48								
49		-3	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$43:\$D\$43)+B26		
50		3	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$43:\$D\$43)+B27		

Ilustración 13

Situados sobre la celda objetivo de la Ilustración 13 accedemos a Solver para programarla recogiendo además las restricciones establecidas (Ilustración 14).

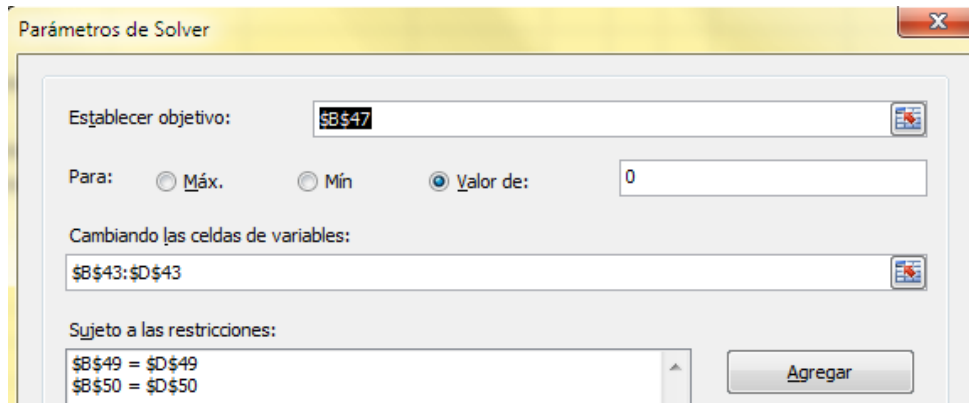


Ilustración 14

Es decir, tal y como se muestra en la Ilustración 14, establecemos como objetivo la celda B47 con valor 0 y las variables del modelo que han de cambiar para alcanzar el objetivo definido son las correspondientes al rango B43:D43 y sujeta a la restricción de que el valor de las funciones sea:

- F(2) sea igual a 0; es decir $B49 = D49 \rightarrow 0$
- F(3) sea igual a 0; es decir $B50 = D50 \rightarrow 0$

Ejecutando la acciones, es decir pulsando sobre el botón Solver la solución propuesta para el sistema es la que se ofrece en la Ilustración 15 y que nos reporta los valores 1, 2 y 3 para las variables X1, X2 y X3 respectivamente y que satisfacen las condiciones establecidas.

	A	B	C	D	E
41		2) Valores resueltos de las variables			
42		X ₁	X ₂	X ₃	
43		1	2	3	
44					
45		3) Restricciones y Función Objetivo			
46					
47		0			Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0
48					
49		0	=	0	
50		0	=	0	

Ilustración 15

3 Sistemas de ecuaciones con tres incógnitas 02

Enunciado

Nuestro objetivo es dar solución al sistema de ecuaciones de la Ilustración 9. Este sistema se puede representar de forma matricial como exponemos en la Ilustración 10.

Se pide:

Resolver el sistema de ecuaciones propuesto empleando el Solver de Excel

1) $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$

2) $4x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 28$

3) $2x_1 + 4x_2 + 17x_3 = - 31$

Ilustración 16

F(1): $2x_1 + x_2 + 3x_3 - 11 = 0$

F(2): $4x_1 + 3x_2 + 10x_3 - 28 = 0$

F(3): $2x_1 + 4x_2 + 17x_3 - 31 = 0$

Ilustración 17

Planteamiento del problema

Definición de celda objetivo y celda/s de dato/s

En una hoja de cálculo vamos a representar los datos de las ecuaciones adaptadas para poder aplicar correctamente la herramienta Solver.

	A	B	C	D	E	F	G	H
9	Variables	Función Objetivo						
10	Planteamiento del Problema							
11	Enunciado							
12	Sistema de Ecuaciones Original							
13	1)	$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$						
14	2)	$4x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 28$						
15	3)	$2x_1 + 4x_2 + 17x_3 = - 31$						
16								
17	Adaptación							
18	F(1):	$2x_1 + x_2 + 3x_3 - 11 = 0$						
19	F(2):	$4x_1 + 3x_2 + 10x_3 - 28 = 0$						
20	F(3):	$2x_1 + 4x_2 + 17x_3 - 31 = 0$						
21								
22	1) Conversión a formato matricial							
23		Variables						
24		Constantes	X ₁	X ₂	X ₃			
25	F(1):	-11	2	1	3			
26	F(2):	-28	4	3	10			
27	F(3):	-31	2	4	17			
28								
29	2) Valores iniciales de las variables							
30		X ₁	X ₂	X ₃				
31		0	0	0				
32								
33	3) Restricciones y Función Objetivo							
34		0	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$31:\$D\$31)+B25		
35								
36		0	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$31:\$D\$31)+B26		
37		0	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$31:\$D\$31)+B27		

Ilustración 18

Tal y como se muestra en la Ilustración 18, en primer lugar convertimos el sistema de ecuaciones a lenguaje matricial.

Definimos los valores iniciales de las variables y los ponemos a 0 o asignamos el valor 0 y que serán estas el rango de celdas cambiantes para el solver.

Finalmente establecemos las restricciones y definimos la función objetivo, para ello y partiendo de la matriz de la ecuación obtenemos los valores de la matriz resultante para cada variable multiplicando el cada valor por su rango, tal y como expuesto y justificado en los ejercicios anteriores.

Resolución con Solver

Señalar que con el fin de conservar el planteamiento original del problema y las formulas por tanto hemos copiado el rango A29:H37 en A41:H50

	A	B	C	D	E	F	G	H
29		2) Valores iniciales de las variables						
30		X ₁	X ₂	X ₃				
31		0	0	0				
32								
33		3) Restricciones y Función Objetivo						
34		-11	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$31:\$D\$31)+B25		
35								
36		-28	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$31:\$D\$31)+B26		
37		-31	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$31:\$D\$31)+B27		
38								
39	Solución:							
40								
41		2) Valores resueltos de las variables						
42		X ₁	X ₂	X ₃				
43								
44								
45		3) Restricciones y Función Objetivo						
46								
47		-11	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$43:\$D\$43)+B25		
48								
49		-28	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$43:\$D\$43)+B26		
50		-31	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$43:\$D\$43)+B27		

Ilustración 19

Situados sobre la celda objetivo de la Ilustración 19 accedemos a Solver para programarla recogiendo además las restricciones establecidas (Ilustración 18).

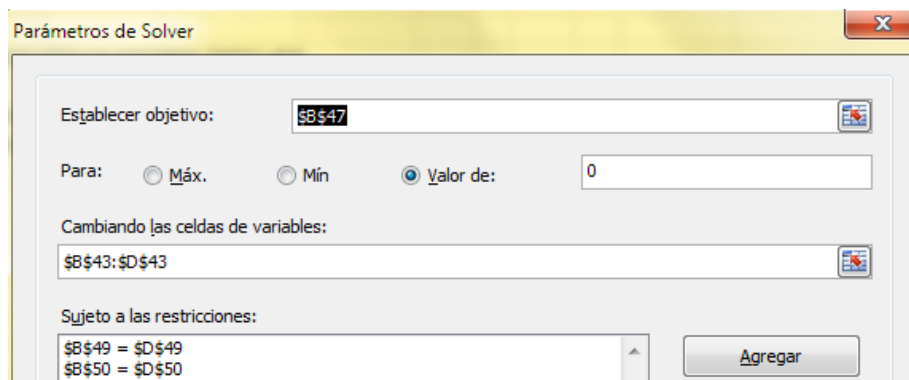


Ilustración 20

Es decir, tal y como se muestra en la Ilustración 20, establecemos como objetivo la celda B47 con valor 0 y las variables del modelo que han de cambiar para alcanzar el objetivo definido son las correspondientes al rango B43:D43 y sujeta a la restricción de que el valor de las funciones sea:

- F(2) sea igual a 0; es decir $B49 = D49 \rightarrow 0$
- F(3) sea igual a 0; es decir $B50 = D50 \rightarrow 0$

Ejecutando la acciones, es decir pulsando sobre el botón Solver la solución propuesta para el sistema es la que se ofrece en la Ilustración 21 y que nos reporta los valores 1, 2 y 3 para las variables X1, X2 y X3 respectivamente y que satisfacen las condiciones establecidas.

	A	B	C	D	E
39	Solución:				
40					
41	2) Valores resueltos de las variables				
42		X ₁	X ₂	X ₃	
43		3	2	1	
44					
45	3) Restricciones y Función Objetivo				
46					
47		0	=	0	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0
48					
49		0	=	0	
50		0	=	0	

Ilustración 21

4 Sistemas de ecuaciones con tres incógnitas 03

Enunciado

Nuestro objetivo es dar solución al sistema de ecuaciones de la Ilustración 20. Este sistema se puede representar de forma matricial como exponemos en la Ilustración 10.

Se pide:

Resolver el sistema de ecuaciones propuesto empleando el Solver de Excel

- 1) $x_1 + 4x_2 - x_3 = 6$
- 2) $2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = -9$
- 3) $3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2$

Ilustración 22

F(1): $x_1 + 4x_2 - x_3 - 6 = 0$

F(2): $2x_1 + 5x_2 - 7x_3 + 9 = 0$

F(3): $3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2 = 0$

Ilustración 23

Planteamiento del problema

Definición de celda objetivo y celda/s de dato/s

En una hoja de cálculo vamos a representar los datos de las ecuaciones adaptadas para poder aplicar correctamente la herramienta Solver.

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	Variables	Función Objetivo						
9	Planteamiento del Problema							
10	Enunciado							
11	Sistema de Ecuaciones Original							
12	1)	$x_1 + 4x_2 - x_3 = 6$						
13	2)	$2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = -9$						
14	3)	$3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2$						
15								
16	Adaptación							
17	F(1):	$x_1 + 4x_2 - x_3 - 6 = 0$						
18	F(2):	$2x_1 + 5x_2 - 7x_3 + 9 = 0$						
19	F(3):	$3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2 = 0$						
20								
21	1) Conversión a formato matricial							
22		Constantes			Variables			
23			X_1	X_2	X_3			
24	F(1):	-6	1	4	-1			
25	F(2):	9	2	5	-7			
26	F(3):	-2	3	-2	1			
27								
28	2) Valores iniciales de las variables							
29		X_1	X_2	X_3				
30		0	0	0				
31								
32	3) Restricciones y Función Objetivo							
33		-6	Celda función objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C24:E24*\$B\$30:\$D\$30)+B24		
34								
35		9	=	0		SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$30:\$D\$30)+B25		
36		-2	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$30:\$D\$30)+B26		

Ilustración 24

Tal y como se muestra en la Ilustración 24, en primer lugar convertimos el sistema de ecuaciones a lenguaje matricial.

Definimos los valores iniciales de las variables y los ponemos a 0 o asignamos el valor 0 y que serán estas el rango de celdas cambiantes para el solver.

Finalmente establecemos las restricciones y definimos la función objetivo, para ello y partiendo de la matriz de la ecuación obtenemos los valores de la matriz resultante para cada variable multiplicando el cada valor por su rango, tal y como expuesto y justificado en los ejercicios anteriores.

Resolución con Solver

Señalar que con el fin de conservar el planteamiento original del problema y las formulas por tanto hemos copiado el rango A29:H36 en A40:H49

	A	B	C	D	E	F	G	H
21	1) Conversión a formato matricial							
22		Constantes	Variables					
23			X ₁	X ₂	X ₃			
24	F(1):	-6	1	4	-1			
25	F(2):	9	2	5	-7			
26	F(3):	-2	3	-2	1			
27								
28	2) Valores iniciales de las variables							
29		X ₁	X ₂	X ₃				
30		0	0	0				
31								
32	3) Restricciones y Función Objetivo							
33		-6	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C24:E24*\$B\$30:\$D\$30)+B24		
34								
35		9	=	0		SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$30:\$D\$30)+B25		
36		-2	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$30:\$D\$30)+B26		
37								
38	Solución:							
39								
40	2) Valores resueltos de las variables							
41		X ₁	X ₂	X ₃				
42								
43								
44	3) Restricciones y Función Objetivo							
45								
46		-6	Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0			SUMAPRODUCTO(C25:E25*\$B\$43:\$D\$43)+B25		
47								
48		9	=	0		SUMAPRODUCTO(C26:E26*\$B\$43:\$D\$43)+B26		
49		-2	=	0		SUMAPRODUCTO(C27:E27*\$B\$43:\$D\$43)+B27		

Ilustración 25

Situados sobre la celda objetivo de la Ilustración 25 accedemos a Solver para programarla recogiendo además las restricciones establecidas.

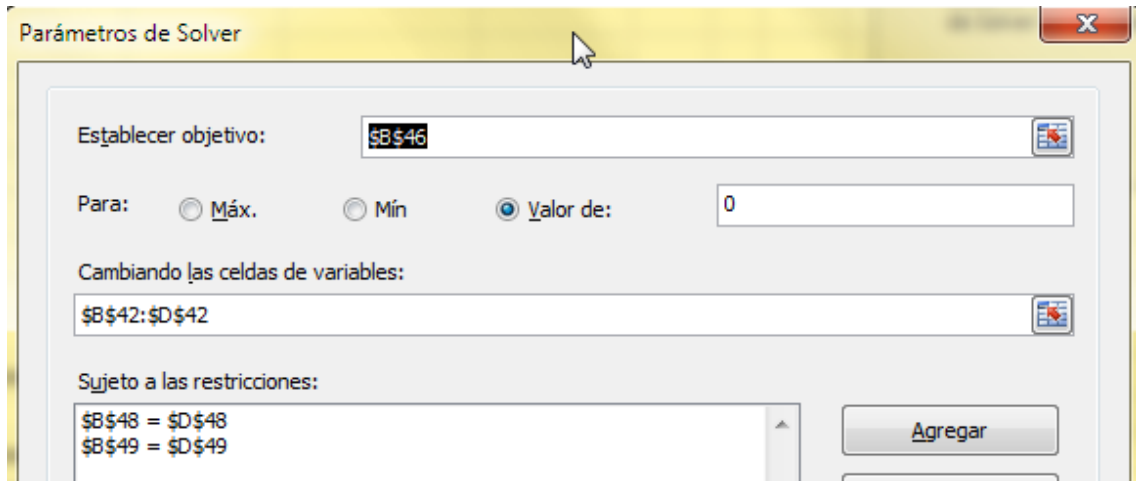


Ilustración 26

Es decir, tal y como se muestra en la Ilustración 26, establecemos como objetivo la celda B46 con valor 0 y las variables del modelo que han de cambiar para alcanzar el objetivo definido son las correspondientes al rango B42:D42 y sujeta a la restricción de que el valor de las funciones sea:

- $F(2)$ sea igual a 0; es decir $B48 = D48 \rightarrow 0$
- $F(3)$ sea igual a 0; es decir $B49 = D49 \rightarrow 0$

Ejecutando la acciones, es decir pulsando sobre el botón Solver la solución propuesta para el sistema es la que se ofrece en la Ilustración 27 y que nos reporta los valores 1, 2 y 3 para las variables X_1 , X_2 y X_3 respectivamente y que satisfacen las condiciones establecidas.

	A	B	C	D	E
40		2) Valores resueltos de las variables			
41		X_1	X_2	X_3	
42		1,00	2,00	3,00	
43					
44		3) Restricciones y Función Objetivo			
45					
46		6E-06			Celda funcion objetivo que tiene que tomar el valor 0
47					
48		-2,92E-07	=	0	
49		0	=	0	

Ilustración 27